NT 208

Cálculo do ciclo de verdes ótimos quando o fluxo de saturação não é constante

Engº Sun Hsien Ming

APRESENTAÇÃO

O presente trabalho é uma tradução livre de alguns trechos do livro "*Traffic Signals*" de *F. Webster* e *B.M. Cobbe*, editado em 1966 pela *Road Research Laboratory*. O trabalho se refere a um assunto julgado de interesse para as pessoas que trabalham com programação semafórica, qual seja, como determinar o ciclo e os tempos de verde ótimos quando o fluxo de saturação não é constante, uma vez que, nessa condição, não é válida a conhecida expressão do ciclo ótimo (Expressão 8). Dessa forma, considerou-se que seria útil divulgar o método dado pelos autores, pois, acredita-se que o assunto não é do conhecimento de todos os técnicos que trabalham com programação semafórica. Embora o objetivo do trabalho seja o caso específico de fluxo de saturação não constante, procurou-se definir os conceitos básicos para que o assunto também pudesse ser compreendido por aqueles que não estão familiarizados com a nomenclatura utilizada. Dessa forma, o trabalho constituiu-se na tradução livre das páginas 38, 39, 46, 57, 60, 61, 95, 96, 97, 104 e 105 do referido livro.

CAPACIDADE DE UMA APROXIMAÇÃO

A capacidade de uma aproximação semaforizada é a maior quantidade de veículos que pode passar pela linha de retenção por unidade de tempo. A capacidade depende da proporção do tempo de verde em relação ao ciclo e do máximo fluxo de veículos (número de veículos por unidade de tempo) que pode passar pela linha de retenção supondo !00% de tempo verde. Esse máximo fluxo é denominado fluxo de saturação. Assim, a capacidade de uma aproximação semaforizada depende da proporção do tempo de verde e do fluxo de saturação.

FLUXO DE SATURAÇÃO

No início do período do verde, os veículos levam certo tempo para iniciar o movimento e para acelerar até a velocidade normal de percurso, mas alguns segundos após, a fila formada durante o tempo de vermelho se desmancha a uma taxa constante, chamada fluxo de saturação (Figura 1). O fluxo de saturação é aquele que pode ser obtido quando há uma fila contínua de veículos e se 100% do tempo for verde. É geralmente expresso em veículos por hora verde. A Figura 1 mostra a variação com o tempo da taxa de descarga da fila em um período de tempo 100% saturado. Nessa Figura, pode ser visto que a taxa média de fluxo é menor durante os primeiros segundos de verde (pois os veículos ainda estão acelerando para a velocidade normal de percurso) e durante o período amarelo (pois alguns veículos decidem parar enquanto outros decidem completar a travessia). É conveniente substituir o período de verde por um período chamado de "verde efetivo", em que se assume que o fluxo de veículos já está em ritmo de velocidade normal de percurso. No exemplo da Figura 1, como todo período de verde é saturado, o período de verde efetivo é todo aquele em que a taxa de descarga de veículos é igual ao fluxo de saturação. O período de amarelo pode ser substituído por um período chamado "tempo morto", durante o qual não há passagem de veículos. O tempo morto é composto pelo atraso na saída dos veículos no início do verde mais a redução do fluxo no período de amarelo.

Esses conceitos são bastante úteis porque permitem que a capacidade seja expressa como uma grandeza diretamente proporcional ao verde efetivo. Em termos gráficos, isso significa substituir a curva da Figura 1 por um retângulo de igual área, sendo que a altura do retângulo é igual ao fluxo de saturação médio. A base do retângulo é o verde efetivo (g).

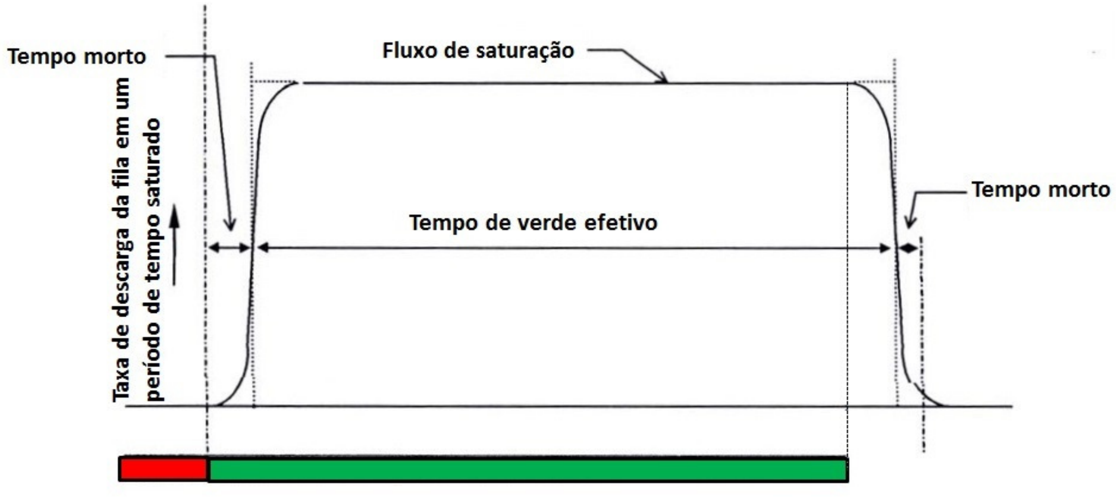

Figura 1 – Variação com o tempo de taxa de descarga da fila em um período de verde saturado

Designando-se por G o tempo de verde efetivo mais o período de tempo morto, tem-se:

$$g = G - \iota \qquad [s] \tag{1}$$

$$Capacidade = \frac{gS}{C} \quad \text{[veículos/h]} \qquad (2)$$

onde

$\boldsymbol{g}$ = verde efetivo em segundos
$\boldsymbol{C}$ = tempo de ciclo em segundos
ι = tempo morto em segundos
$\boldsymbol{S}$ = fluxo de saturação em veículos/hora verde

O tempo de verde mostrado pelo foco semafórico é:

$$Verde\ de\ foco = g + \iota - a = G - a \qquad (3)$$

onde “a” é o tempo de amarelo.

TEMPO MORTO

Experimentos em Londres mostraram que o tempo morto médio causado pelo atraso na saída dos veículos no início do verde mais a redução do fluxo no período de amarelo é de cerca de 2 segundos, mas é muito variável. Valores de 0 a 7 segundos foram observados. Muitas vezes, incorpora-se ao entreverdes um período de vermelho integral. Se designarmos o período de entreverdes como “I” e o tempo de amarelo como “a”, então o tempo morto do estágio (L) pode ser expresso como:

$$L = I - a + \iota \qquad (4)$$

CAPACIDADE DE INTERSEÇÃO

A capacidade de interseção depende da quantidade total do tempo morto (L) no ciclo. O tempo morto total da interseção é:

$$L = \sum(I - a) + \sum \iota \qquad (5)$$

O resto do ciclo é tempo útil e é dividido entre os estágios. A capacidade de interseção pode ser definida como o maior fluxo que pode passar pela interseção. Se não houver fatores que causem a diminuição do fluxo de saturação com aumento de verde, a capacidade da interseção aumenta com o aumento do ciclo, uma vez que a porcentagem do tempo morto em relação ao ciclo diminui. Entretanto, esse efeito de aumento de capacidade torna-se desprezível para ciclos muito longos. Na prática, é usual estabelecer um limite superior de 120 s para o ciclo, apesar de que em alguns casos especiais pode-se utilizar excepcionalmente ciclos maiores que esse limite. O ciclo mínimo para o qual é apenas suficiente para passar todo o tráfego é dado por:

$$C_m = \frac{L}{1-Y} \tag{6}$$

onde

$\boldsymbol{C_m}$ = ciclo mínimo
$\boldsymbol{Y = \sum y}$ = soma das taxas de ocupação
$\boldsymbol{L}$ = tempo morto total da interseção conforme expressão (5)

Entretanto, se for adotado o ciclo mínimo, o atraso pode ser excessivamente alto, pois todas as aproximações estarão operando no limite de suas capacidades.

ATRASO EM UM SEMÁFORO DE TEMPO FIXO

Cálculos de atrasos foram feitos para uma variedade de situações, cujos resultados permitiram que uma fórmula fosse deduzida para o atraso médio de uma aproximação controlada por um semáforo de tempo fixo:

$$d = \frac{9}{10}\left[\frac{C(1-\lambda)^2}{2(1-\lambda x)} + \frac{x^2}{2q(1-x)}\right] \tag{7}$$

onde

$\boldsymbol{d}$ **=** atraso médio por veículo na aproximação
$\boldsymbol{\lambda = g/C}$ = proporção de tempo de verde em relação ao ciclo
$\boldsymbol{x} = q/\lambda$ = grau de saturação
$\boldsymbol{q}$ = fluxo da aproximação

CICLO ÓTIMO

Derivando a expressão do atraso em relação ao tempo de ciclo e igualando a zero, obtém-se a expressão para ciclo ótimo, isto é, o ciclo para o qual o atraso é mínimo:

$$C_O = \frac{1{,}5L+5}{1-Y} \tag{8}$$

onde

$\boldsymbol{C_O}$ = ciclo ótimo

L = tempo morto total do cruzamento
Y = soma das taxas de ocupação

Sob condições leves de trânsito, o ciclo ótimo pode ser muito pequeno. Sob um ponto de vista prático, incluindo considerações de segurança, é desejável limitar o ciclo para 25 segundos, sendo este valor o limite mínimo admissível. É também desejável limitar o ciclo para 120 segundos, uma vez que o ganho em capacidade com ciclos muito longos é insignificante. Este limite superior só pode ser excedido em circunstâncias excepcionais (por exemplo, em cruzamentos com muitos estágios ou em cruzamentos onde há períodos em que a função primordial do semáforo é priorizar o tráfego em um eixo em detrimento das transversais, como em fins de semana e feriados em rotas para estradas).

Para ciclos entre 3/4 e 1,5 do ciclo ótimo, o atraso adicional está entre 10 e 20% do atraso dado pelo ciclo ótimo.

Os tempos ótimos de verde efetivo devem ser proporcionais às respectivas taxas de ocupação.

Supondo 2 estágios, tem-se:

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{y_1}{y_2} \tag{9}$$

Uma vez determinado o valor do ciclo ótimo, $C_O - L$ é o tempo de verde efetivo total no ciclo.

Então:

$$g_1 = \frac{y_1}{Y}(C_O - L) \tag{10}$$

$$g_2 = \frac{y_2}{Y}(C_O - L) \tag{11}$$

FLUXO DE SATURAÇÃO DECRESCENTE COM O PERÍODO DE VERDE

Para a formulação da expressão do ciclo ótimo, foi assumido que o fluxo de saturação é constante. Se esse fluxo não for constante ao longo do período de verde, a expressão (8) não é mais válida. O fluxo de saturação cai ao longo do período de verde em casos de forte conversão à esquerda ou em aproximações de largura variável (mais largas na medida em que se aproxima da linha de retenção).

Se o histograma tiver um perfil igual ao mostrado pela linha sólida da Figura 2, o mesmo pode ser razoavelmente substituído pelo quadrilátero formado pela linha tracejada de mesma área. O objetivo aqui é a determinação do ciclo ótimo e os tempos de verde.

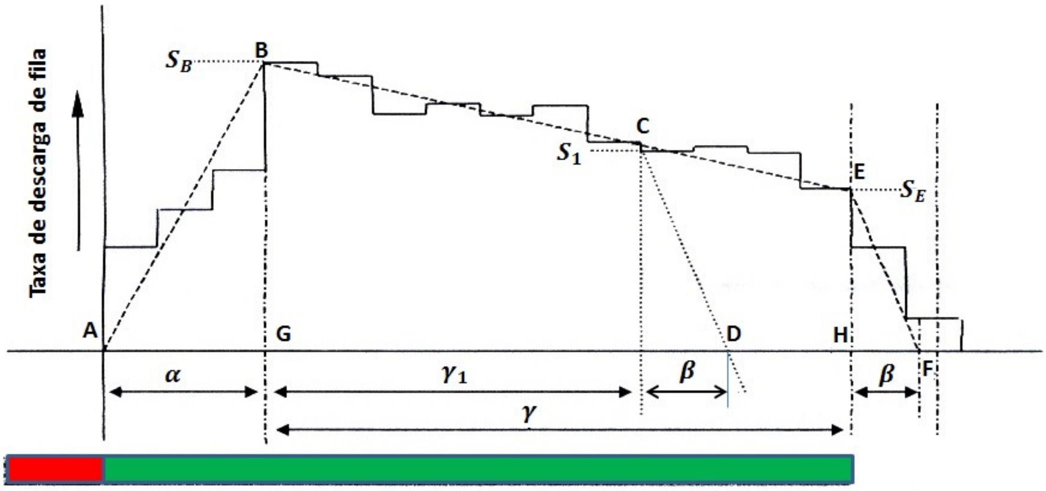

Figura 2 – Histograma de fluxo de saturação onde a taxa de descarga cai uniformemente com tempo de verde crescente

Seja um cruzamento de 2 estágios, cujo histograma do estágio 1 é o mostrado na Figura 2. Por simplicidade, supõe-se que o fluxo de saturação do estágio 2 é constante. O quadrilátero ABEF, mostrado pela linha tracejada, pode ser obtido do histograma original, onde E está no início do período de amarelo e os dois triângulos ABG e EHF têm a mesma área que as partes sob o histograma. Sejam S_B e S_E os fluxos de saturação em B e em E, respectivamente. Se o período de verde terminasse antes do instante mostrado na Figura 2, por exemplo, em C, então o fluxo de saturação no início do amarelo seria S_1, conforme indicado. Assume-se que os valores ótimos de ciclo e de tempos de verde são determinados a partir de um histograma. O valor apropriado do fluxo de saturação a ser utilizado nesses cálculos é aquele obtido no início do amarelo, pois é este valor que determina a variação, causada por pequenas mudanças no tempo de verde, no número de veículos que cruzam a linha de retenção sob condições de saturação. Para o pequeno intervalo do tempo de verde em torno deste ponto, o fluxo de saturação pode ser considerado constante. O problema é, então, determinar o valor do período de verde efetivo que corresponda a um fluxo de saturação constante (igual ao início do amarelo) e que seja igual ao valor que seria obtido utilizando-se a expressão (10). Isso se consegue através de um método por aproximações sucessivas.

Antes de detalhar o procedimento, são deduzidas as expressões que serão utilizadas.

Supõe-se que a queda do fluxo de saturação durante o período de amarelo seja indicada pela linha pontilhada CD, isto é, tomando o tempo β como antes, então:

$$S_1 = \frac{S_B - \gamma_1(S_B - S_E)}{\gamma} \tag{12}$$

onde γ_1 e γ são conforme mostrado no diagrama.

O verde efetivo, g_1, pode ser calculado das áreas mostradas no diagrama.

A área total do quadrilátero ABCD é:

$$A = \frac{S_B\alpha}{2} + \frac{(S_B+S_1)\gamma}{2} + \frac{S_1\beta}{2} \tag{13}$$

A área ABCD é também, da definição de verde efetivo, igual a g_1S_1.

Então:

$$g_1 = \frac{(\alpha+\gamma_1)S_B+(\beta+\gamma_1)S_1}{2S_1} \tag{14}$$

O tempo morto é:

$$\iota_1 = G - g_1 \tag{15}$$

O valor de g_1 não é, necessariamente, o tempo de verde ótimo. Uma primeira aproximação do verde ótimo (que pode ser comparado com g_1) será calculado assumindo (provavelmente de forma errada neste estágio) que S_1 e ι_1 são valores apropriados do fluxo de saturação e do tempo morto, respectivamente.

O ciclo ótimo é:

$$C_O = \frac{1{,}5L+5}{1-Y} \tag{8}$$

onde L é o tempo morto total no ciclo e Y é a soma das taxas de ocupação. Os sufixos se referem aos estágios 1 e 2 e as taxas de ocupação são dadas por:

$y_1 = \frac{q_1}{S_1}$ e $y_2 = \frac{q_2}{S_2}$, onde q e S denotam o fluxo e o fluxo de saturação, respectivamente.

O valor de L é dado por:

$$L = \iota_1 + \iota_2 + I_1 + I_2 - a_1 - a_2 \quad (16)$$

onde "I" é o entreverdes e "a" é o tempo de amarelo.

O verde efetivo total no ciclo, $C_O - L$, deve ser dividido entre os estágios pela razão y_1/y_2.

Designando-se esses tempos de verde como g_1 e g_2, tem-se:

$$g_1' = \frac{y_1(C_O - L)}{Y} \quad (17)$$

Substituindo-se C_O, tem-se:

$$g_1' = \frac{y_1[5 + L(Y + 0{,}5)]}{Y(1 - Y)} \quad (18)$$

O valor de $g_1{}'$ assim obtido deve ser comparado com o valor de g_1 usado inicialmente. Pode ser adotado um novo valor de G, calculado conforme a expressão (19) abaixo, repetindo-se então os cálculos para achar uma segunda aproximação para o verde efetivo ótimo.

Assim, chamando o novo valor de G como G':

$$G' = G + \frac{g' - g_1}{2} \quad (19)$$

Após algumas iterações, deverá haver pequena diferença entre g_1 e $g_1{}'$. Em outras palavras, valores de fluxo de saturação, tempo morto e o tempo de verde efetivo são determinados de forma a satisfazer as condições do histograma.

A seguir, é dado um resumo do procedimento para um cruzamento de 2 estágios onde o estágio 1 apresenta um fluxo de saturação decrescente e o estágio 2 um fluxo de saturação constante.

1. Construa um quadrilátero **ABEF** no histograma do estágio 1. Faça as áreas **ABG**, **GBEH** e **EHF** iguais às correspondentes áreas sob o histograma e marque o ponto

E no início do período de amarelo. Se o histograma continuar para além do ponto **F**, esta porção deve ser incluída na área **EHF**.

2. Leia os valores de $\boldsymbol{S_B}$, $\boldsymbol{S_E}$, $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\gamma}$.

3. Escolha um valor para $\boldsymbol{G}$ como ponto de partida.

4. Calcule $\gamma_1 = G - a - \alpha$, onde "$\boldsymbol{a}$" é o tempo de amarelo.

5. Calcule:

$$S_1 = S_B - \frac{\gamma_1(S_B - S_E)}{\gamma} \tag{12}$$

6. Calcule o verde efetivo:

$$g_1 = \frac{(\alpha+\gamma_1)S_B + (\beta+\gamma_1)S_1}{2S_1} \tag{14}$$

7. Calcule o tempo morto (pode ser negativo):

$$\iota_1 = G - g_1 \tag{15}$$

8. Calcule o tempo morto total por ciclo:

$$L = \iota_1 + \iota_2 + I_1 + I_2 - a_1 - a_2 \tag{16}$$

9. Calcule

$$y_1 = q_1/S_1 \text{ e } y_2 = q_2/S_2$$

10. Calcule

$$Y = y_1 + y_2$$

11. Calcule uma primeira aproximação para o verde efetivo ótimo assumindo que S_1 e L_1 são valores apropriados.

$$g_1' = \frac{y_1[5 + L(Y + 0{,}5)]}{Y(1-Y)} \tag{18}$$

12. Escolha um novo valor de G e chame-o de G'.

$$G' = G + \frac{g' - g_1}{2} \tag{19}$$

13. Retorne ao passo 4 e repita os cálculos novamente, substituindo G' por G e a cada passo usar os novos valores obtidos. Os parâmetros que permanecem constantes são:

α, β e γ, S_B, S_E, a_1, a_2, q_1, q_2, S_2, y_2, ι_2, I_1 e I_2

14. Continue as iterações até que o valor ótimo de verde seja obtido.

15. Calcule o verde efetivo ótimo do estágio 2 usando a expressão:

$$g_2 = g_1 \frac{y_2}{y_1} \tag{20}$$

A seguir, é apresentado um exemplo numérico:

Numa interseção, foi observado que o histograma relativo ao estágio 1 é igual ao apresentado na Figura 2. O fluxo de saturação do estágio 2 é constante. Os fluxos nos estágios 1 e 2 são 600 e 1000 veículos/hora, respectivamente. O fluxo de saturação nos pontos B e E (ver Figura 2) para o estágio 1 são 3600 veículos/hora (ou 1,00 veículos/segundo) e 2340 veículos/hora (ou 0,65 veículos/segundo), respectivamente. No estágio 2, o fluxo de saturação é constante e vale 2400 veículos/hora, os valores de α, β e γ são 7, 4 e 13 segundos, respectivamente. O tempo morto devido ao retardo no início do verde do estágio 2 é 2 segundos e o entreverdes em ambos os estágios é 5 segundos (o tempo de amarelo de cada estágio é de 3 segundos). Quais são os tempos de verdes ótimos? O procedimento é seguido passo a passo:

$\alpha = 7$ s
$\beta = 4$ s
$\gamma = 13$ s
$S_B = 3600$ veic./h = 1,00 veic./s
$S_E = 2340$ veic/h = 0,65 veic./s
$a_1 = a_2 = 3$ s

$I_1 = I_2 = 5$ s
$\iota_2 = 2$ s
$q_1 = 600$ veic./h
$q_2 = 1000$ veic./h
$S_2 = 2400$ veic./h

Passo N°	Primeira aproximação	Segunda aproximação	Terceira aproximação
1	Construir o quadrilátero ABEF.		
2	Ler os valores de S_B, S_E, α, β e γ.		

3	Escolher $G = 23$ s.	Escolher $G = 17$ s.	Escolher $G = 16$ s.
4	$\gamma = 13$ s.	$\gamma = 7$ s.	$\gamma = 6$ s.
5	$S_1 = 1 - 13 \times 0{,}35/13 = 0{,}65$ veic/s.	$S_1 = 0{,}81$ veic/s.	$S_1 = 0{,}84$ veic/s.
6	$g_1 = (20 \times 1 + 17 \times 0{,}65)/1{,}30 = 23{,}9$ s.	$g_1 = 14{,}1$ s.	$g_1 = 12{,}8$ s.
7	$\iota_1 = 23 - 23{,}9 = -0{,}9$ s.	$\iota_1 = 2{,}9$ s.	$\iota_1 = 3{,}2$ s.
8	$L = 0{,}9 + 2 + 10 - 6 = 5{,}1$ s.	$L = 8{,}9$ s.	$L = 9{,}2$ s.
9	$y_1 = 600/(3600 \times 0{,}65) = 0{,}256$.	$y_1 = 0{,}206$.	$y_1 = 0{,}199$.
10	$y_2 = 1000/2400 = 0{,}417$.	$y_2 = 0{,}417$.	$y_2 = 0{,}417$.
11	$Y = 0{,}256 + 0{,}417 = 0{,}673$.	$Y = 0{,}623$.	$Y = 0{,}616$.
12	$g_1' = \{0{,}256[5 + 5{,}1(0{,}673 + 0{,}5)]\}/$ $[0{,}673(1 - 0{,}673)] = 12{,}8$ s.	$g_1' = 13{,}1$ s.	$g_1' = 12{,}9$ s.
13	$G' = 23 + (12{,}8 - 23{,}9)/2 = 17{,}4$ s.	$G' = 16{,}5$ s.	$G' = 16{,}1$ s.

O valor de G' obtido na 3ª aproximação é tão próximo do valor escolhido (no passo 3) que não há necessidade de mais cálculos. O valor de 16 segundos pode ser aceito como o valor ótimo para o estágio 1. O fluxo de saturação é 0,84 veículos/segundo, o tempo morto é 3,2 segundos e o verde efetivo é 12,8 segundos. O verde efetivo do estágio 2 é:

$$G_2 = 26{,}8 + 2 = 28{,}8 \text{ s}$$

$$g_2 = g_1 \frac{y_2}{y_1} = 12{,}8 \times \frac{0{,}417}{0{,}199} = 26{,}8\, s$$

Então, G_1 e G_2 devem ter valores iguais a 16 e 29 segundos, respectivamente. O ciclo ótimo é de $C_O = 45$ s.

Dois níveis de fluxo de saturação no período de verde

Em alguns casos, o fluxo de saturação cai um degrau após alguns segundos de verde, de forma que o histograma apresenta dois patamares, conforme a Figura 3. Esse fato pode ser o efeito de uma conversão à esquerda, bloqueando uma faixa, por exemplo. Neste caso, poderá haver 2 tempos mortos, dependendo do instante em que termina o verde. Em geral, a queda do fluxo de saturação ocorre após os primeiros 10 segundos, sendo que é pouco provável que o final do verde ocorra antes disso.

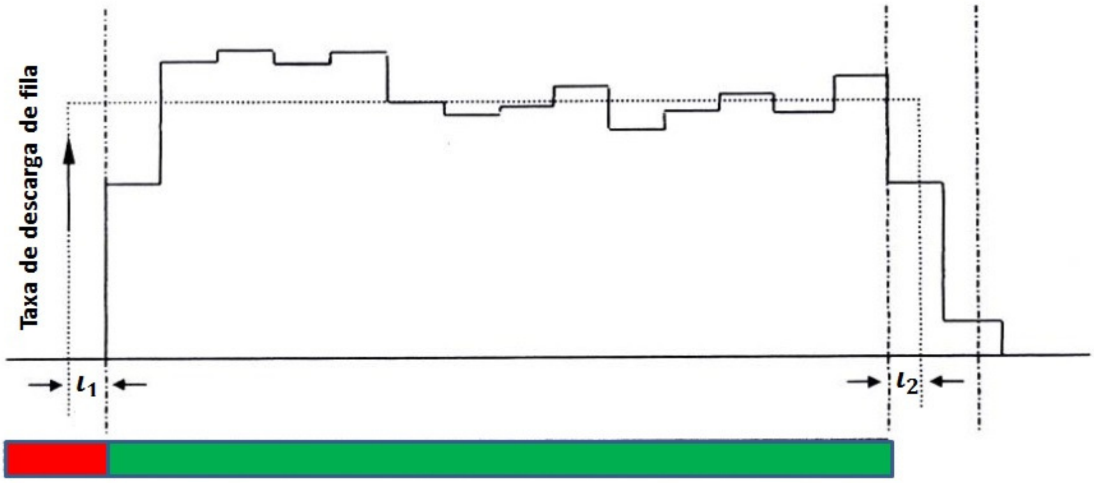

Figura 3 – Histograma de fluxo de saturação onde a taxa de descarga cai de forma abrupta durante o tempo de verde

Tempo morto = $\iota_1 + \iota_2$ (neste exemplo ι_1 é negativo)

Assim, apenas uma combinação de valores de fluxo de saturação e de tempo morto deve ser considerada. Esta combinação de valores está mostrada na Figura 3. Se o degrau ocorrer bem depois dos primeiros 10 segundos, é bem provável que, fazendo-se a média para um número suficiente de ciclos, o degrau acabe desaparecendo, ficando o aspecto do histograma médio mais próximo com o do apresentado na Figura 2.

Engº: Sun Hsien Ming
CTA 5 – Gerência de Sistemas de Controle de Tráfego – GSC